АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ASTRONOMICAL JOURNAL OF THE SOVIET UNION

Том XXII. Вып. 1

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

1945

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ASTRONOMICAL JOURNAL OF THE SOVIET UNION

ТОМ XXII

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
1945

СОДЕРЖАНИЕ — CONTENTS

Ответственный редактор акад. *В. Г. Фесенков*

А 14957. Подписано в печать 6/III 1945 г. Объем 4 печ. л.+1 вкладка на 1/8 п. л.
7 уч.-изд. л. Заказ 32. Цена 6 руб. Тираж 1500 экз.

16-я тип. треста «Полиграфкнига» ОГИЗа при СНК РСФСР. Москва, Трехпрудный, 9.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ASTRONOMICAL JOURNAL OF THE SOVIET UNION

1945 XXII. 1

С. Н. БЛАЖКО

О ВЛИЯНИИ НЕПРАВИЛЬНОСТЕЙ ЦАПФ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА КУЛЬМИНАЦИИ СВЕТИЛ

§ 1. Основные соображения

При выводе формулы Майера или Бесселя для редукции наблюдений с пассажным инструментом предполагается, что рабочие сечения цапф суть точные круги; влияние неравенства обоих радиусов цапф устраняется, как известно, если наклонение оси определять из отсчетов уровня до и после перекладки инструмента (Кр. В и Кр. З), не снимая уровня с оси. Если рабочие сечения цапф не круги, то при каждом положении инструмента та прямая линия, которая была бы осью инструмента в случае круговых цапф и имела бы наклонение i и азимут k (в общепринятом смысле этих величин), получает наклонение $i+\Delta i$ и азимут $k+\Delta k$, и эти величины наклонения и азимута нужно ввести в обычную формулу Майера вместо i и k. Кроме того, определение i перекладкою уровня на оси также претерпевает изменение, потому что ось уровня при каждом положении инструмента по особому отклоняется от того направления, какое она имела бы при круговых цапфах; при этом положение инструмента характеризуется положением круга искателя (Кр. В и Кр. З) и склонением наблюдаемой звезды при верхней или нижней кульминации. Следовательно, при некруговой форме цапф нужно определить Δi и Δk для каждого положения инструмента.

Правда, если обе цапфы имеют какие угодно, только совершенно одинаковые и одинаково расположенные рабочие сечения и оба лагеря также совершенно одинаковы по форме и положению относительно горизонта, то визирная линия трубы описывает на небесной сфере в точности малый круг (а если коллимация $c=0$, то в точности большой круг) и отклонения формы цапф от круга не влияют совершенно ни на определение момента кульминации, ни на определение наклонения уровнем; но такой случай на практике совершенно невероятен.

Для определения Δi и Δk, без сомнения, наилучшие способы следующие:

1. Способ Чаллиса [1]—Вилларсо [2]. В рабочем сечении каждой цапфы создается крохотная метка близко к центру цапфы; вдоль оси располагается микроскоп с двойным микрометром (или с фотопластинкой на месте микрометра) и при помощи его определяются координаты метки при разных положениях инструмента, когда определенная цапфа лежит на определенном лагере. Изображение этой метки в плоскости нитей микрометра (или на фотопластинке) в случае круговой цапфы при вращении инструмента движется по кругу; если форма цапфы не круг, то и путь метки не круг, и из формы ее пути нужно вывести влияние отклонения от круговой формы этой цапфы на этом лагере на i и k. Ясно, что если метка помещена в плоскости рабочего сечения, то форма другой цапфы не влияет на подъем или уклонение к югу или северу исследуемой цапфы. Нужно исследовать таким образом каждую цапфу на каждом лагере, если не допускать, что лагери совершенно одинаковы. Из комбинации полученных результатов можно вывести Δi и Δk для каждого положения инструмента.

2. Способ Эри [3]. Этот способ проще по количеству работы. В рабочем сечении одной цапфы помещается крохотная метка, в рабочем сечении другой цапфы — такой объектив, что метка оказывается в его фокусе; тогда лучи от метки по выходе из объектива идут цилиндрическим пучком; на пути их ставится астрономическая труба, в фокусе которой помещается двойной микрометр или фотопластинка; здесь же получается изображение метки; оно в случае круговой формы обеих цапф описывает круг; из отличия ее пути от круга можно вывести влияние неправильностей обеих цапф сразу на изменение i и k, т. е. вычислить Δi и Δk для каждого положения инструмента. Нужно произвести две серии наблюдений при Кр. В и Кр. З, если не допускать, что оба лагеря в точности одинаковы. Этот способ требует, чтобы ось инструмента была полая; поэтому он не применим к инструментам с ломаной трубой без устранения призмы. В этих случаях, как и в случае сквозной оси, применим способ 3.

3. Способ, предложенный А. А. Ильиничем [4]. В плоскости рабочего сечения цапфы помещается плоское зеркало приблизительно перпендикулярно к оси; вдоль оси располагается астрономическая труба, в фокусной плоскости которой создается метка и помещается двойной микрометр или фотопластинка; лучи от метки проходят через объектив этой трубы, падают на зеркало, возвращаются обратно в трубу и (если зеркало плоское) образуют в фокусной плоскости изображение метки. Из отклонений пути этой метки от круга при вращении инструмента нужно вывести Δi и Δk.

Относительно технической стороны этих способов несколько замечаний дано в последнем параграфе этой статьи. Главная цель статьи заключается в рассмотрении сущности той геометрической задачи, которую при этом приходится решать; известные мне способы изложения решения этой задачи больше походят на рецепты для решения уравнений и недостаточно касаются существа дела. Мы рассмотрим задачу применительно ко второму и третьему способам; рассуждения легко потом применить и к первому.

Нелишне, быть может, прибавить, что никаким из этих способов не определяется форма цапф, а только влияние отклонений формы от круга на наклонение и азимут оси. Действительно, положим, что цапфа имеет продольную трещину или впадину вдоль образующей цилиндра с невыступающими наружу краями; такое отклонение от круга не вызовет никакого изменения i и k, если ширина впадины меньше, чем длина той впадины лагеря, на которую ложится цапфа; или, наоборот, положим, что на образующей цилиндра цапфы расположен узкий валик (вроде волоса, прилипшего к цапфе); тогда его влияние на i и k будет сказываться при всех тех зенитных расстояниях, при которых он при вращении инструмента перемещается при впадине лагеря; и вообще всякое отклонение формы цапфы от круга сказывается на нескольких соседних зенитных расстояниях. Поэтому мы получаем только влияние формы цапфы на i и k, но по существу задачи именно это нам и нужно.

§ 2. Исходные уравнения

Для дальнейшего нам нужно условиться, как определять положение инструмента. Предположим, что цапфа с объективом (или с плоским зеркалом) лежит на западном лагере, что круг-искатель при этом на востоке, и будем это положение инструмента обозначать Круг — Восток. Условимся зенитное расстояние наблюдаемой звезды в меридиане считать от зенита через точку юга, надира, севера до зенита от 0 до 360° и обозначим его буквою ζ; условимся обозначать буквой D расстояние кульминирующей звезды от точки экватора в верхней кульминации в направлении: зенит, северный полюс, точка севера и далее; следовательно, от нуля до $90° + \varphi$ (где φ — широта) и далее. При таком обозначении величина ζ однозначно определяет положение инструмента. Формула Майера обращается в следующую:

$$\alpha_{\text{вид.}} + \text{сут. аб.} = T - c^s \sec D + \frac{1}{15}\,\frac{i''\cos\zeta}{\cos D} + \frac{1}{15}\,\frac{k''\sin\zeta}{\cos D}$$

($+12^h$ для звезды в нижней кульминации).

Она одна представляет все видоизменения формулы Майера в обычном ее виде при Кр. В; $90^\circ + c$ обозначает угол между направлением оси от трубы к кругу и визирной линии от окуляра к объективу.

Положим, что оба рабочие сечения цапф — круги; обозначим радиус круга, который описывает изображение метки M в фокусной плоскости вспомогательной трубы, буквой r, центр круга — буквой O и буквой M — тот угол, который OM при $\zeta = 0$ составляет с вертикальной линией, направленной кверху; угол M считается так же, как ζ.

Вообразим в фокусной плоскости вспомогательной трубы (или на фотопластинке) систему прямолинейных прямоугольных координат: ось x, направленную горизонтально с севера на юг, ось y — вертикально снизу кверху. Обозначим в этой системе координаты центра O буквами a и b. Тогда координаты изображения метки M при $\zeta = 0$ суть:

$$x_0 = a + r\sin M, \quad y_0 = b + r\cos M.$$

Если повернем инструмент так, что визирная линия его будет иметь зенитное расстояние ζ, то $x_\zeta = a + r\sin(M+\zeta)$, $y_\zeta = b + r\cos(M+\zeta)$.

Положим теперь, что рабочие сечения цапф — не круги. Сохраним в дальнейшем название оси для той прямой линии, которая действительно есть ось вращения в том случае, если рабочие сечения цапф суть круги. Положим, что при некотором ζ вследствие неправильностей цапф ось изменила свое направление так, что наклонение и азимут вместо i'' и k'' (как при круговых цапфах) стали $i'' + \Delta i''_\zeta$ и $k'' + \Delta k''_\zeta$ (здесь $\Delta i''_\zeta$ и $\Delta k''_\zeta$ — в секундах дуги). Тогда изображение метки M переместится в том же направлении и ее координаты станут:

$$x_\zeta = a + r\sin(M+\zeta) + \Delta k_\zeta; \quad y_\zeta = b + r\cos(M+\zeta) + \Delta i_\zeta. \tag{1}$$

Здесь Δk_ζ и Δi_ζ выражены в тех же единицах, как x и y, допустим, в миллиметрах. Ясно, что

$$\Delta k_\zeta = \Delta k''_\zeta \frac{F}{206265''}; \quad \Delta i_\zeta = \Delta i''_\zeta \frac{F}{206265''},$$

если F обозначает фокусное расстояние объектива вспомогательной трубы в миллиметрах; поэтому, если мы определим Δk_ζ и Δi_ζ и измерим F, то легко получим $\Delta i''$ и $\Delta k''$.

Формула Майера обращается в следующую:

$$\alpha + \text{сут. аб.} = T - c\sec D + \frac{1}{15}\,\frac{(i'' + \Delta i'')\cos\zeta}{\cos D} + \frac{1}{15}\,\frac{(k'' + \Delta k'')\sin\zeta}{\cos D}.$$

Мы измеряем x_ζ и y_ζ для разных ζ и нам нужно определить для каждого из них Δk_ζ и Δi_ζ. Положим, что углы между плечами лагерей равны 90° и что равноделящие этих углов вертикальны. Приращения Δi_ζ и Δk_ζ происходят от того, что вследствие некруговой формы цапф западная цапфа переместилась вдоль северного плеча ее лагеря на некоторую величину Δr_w и вдоль южного плеча ее лагеря на величину $\Delta r'_w$ и от соответственного перемещения восточной цапфы на ее лагере. Обозначим места точек на рабочем сечении таким образом: при $\zeta = 0$ верхнюю точку сечения обозначим 0 (нуль), южную — 90, нижнюю — 180, северную — 270; тогда при $\zeta = 0$ цапфа опирается на южное плечо точкой 135, на северное — точкой 225; а при любом зенитном расстоянии ζ — на южное плечо точкой $135 - \zeta$, на северное — точкой $225 - \zeta$. Соответственно этим обозначениям обозначим перемещения западного конца оси на небесной сфере вдоль северного плеча западного лагеря буквой $\Delta r_{135-\zeta}$, вдоль южного — буквой $\Delta r_{225-\zeta}$. Сохраним эти же обозначения (чтобы не вводить новых) также и для соответственных перемещений изображения метки M, координаты которой мы измеряем. Тогда не трудно видеть, что, обозначая число $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ буквой f,

$$\Delta i_\zeta = f(\Delta r_{135-\zeta} + \Delta r_{225-\zeta}) \text{ и } \Delta k_\zeta = f(\Delta r_{225-\zeta} - \Delta r_{135-\zeta}), \tag{2}$$

откуда

$$\Delta r_{225-\zeta} = f(\Delta i_\zeta + \Delta k_\zeta), \quad \Delta r_{135-\zeta} = f(\Delta i_\zeta - \Delta k_\zeta).$$

Эти величины Δr мы можем рассматривать, как те неправильности цапф, от которых получаются Δi и Δk, но, как разъяснено в § 1, это вовсе не отклонения радиусов-векторов рабочего сечения от постоянного радиуса круга; Δr не определяют собой формы рабочего сечения.

§ 3. Решение уравнений

Для каждого ζ мы имеем два уравнения:

$$x_\zeta = a + r\sin(M+\zeta) + \Delta k_\zeta; \quad y_\zeta = b + r\cos(M+\zeta) + \Delta i_\zeta. \tag{1}$$

Произведя измерения при значениях $\zeta: 0°, \alpha, 2\alpha, 3\alpha, \ldots, (n-1)\alpha$, причем $n\alpha = 360°$, мы имеем $2n$ уравнений с $4+2n$ неизвестными:

$$a,\ b,\ r\sin M,\ r\cos M,\ \Delta k_0, \Delta i_0, \Delta k_1, \Delta i_1, \ldots, \Delta k_{n-1}, \Delta i_{n-1}.$$

Число неизвестных на 4 больше числа уравнений; значит, в общем случае решение неопределенное. Мы можем сделать его определенным, добавив какие нам угодно 4 соотношения между $4+2n$ искомыми величинами. Однако это справедливо не при всяком n.

Если n есть кратное 4, например, $n = 4m$ (m — целое число), так что $4m\alpha = 360°$, тогда и только тогда $2n$ величин Δi_ζ и Δk_ζ суть функции только n значений Δr_ζ, а именно Δr_ζ с указателями ζ, равными: 135, $135+\alpha$, $135+2\alpha$, ..., $135+m\alpha = 225$, $225+\alpha$... и т. д. Все дело в том, что в этом случае между точками, которыми цапфа опирается на лагери, содержится целое число углов α. Поэтому мы имеем $2n$ уравнений с $4+n$ неизвестными a, b, $r\sin M$, $r\cos M$, $\Delta r_{\frac{1}{2}\alpha}$, $\Delta r_{\frac{3}{2}\alpha}$, ..., Δr_{135}, $\Delta r_{135+\alpha}$, ..., Δr_{225}, $\Delta r_{225+\alpha}$, ..., $\Delta r_{360-\frac{\alpha}{2}}$, если m нечетное число, или a, b, $r\sin M$, $r\cos M$, Δr_0, Δr_α, $\Delta r_{2\alpha}$, ..., Δr_{135}, $\Delta r_{135+\alpha}$, ..., Δr_{225}, $\Delta r_{225+\alpha}$, ..., $\Delta r_{360-\alpha}$, если m четное число.

Рассмотрим сначала случай, когда n не кратно 4. Он проще. В качестве четырех добавочных соотношений между $4+2n$ неизвестными мы можем взять, что угодно; например, просто задать значения для a, b, r, M; однако мы увидим, что на практике необходимо поступать иначе, а именно так: образуем из уравнений (1) четыре уравнения так, как образуют нормальную систему при способе наименьших квадратов, т. е.

$$\sum x_\zeta = na + r\sin M \cdot \sum\cos\zeta + r\cos M \cdot \sum\sin\zeta + \sum\Delta k_\zeta;$$

$$\sum y_\zeta = nb + r\cos M \cdot \sum\cos\zeta - r\sin M \cdot \sum\sin\zeta + \sum\Delta i_\zeta;$$

$$\begin{aligned}\sum x_\zeta\cos\zeta - \sum y_\zeta\sin\zeta = a\sum\cos\zeta - b\sum\sin\zeta + \\ + r\sin M\left(\sum\cos^2\zeta + \sum\sin^2\zeta\right) + \\ + r\cos M\left(\sum\sin\zeta\cos\zeta - \sum\cos\zeta\sin\zeta\right) + \sum\Delta k_\zeta\cos\zeta - \sum\Delta i_\zeta\sin\zeta;\end{aligned} \tag{3}$$

$$\sum x_\zeta \sin\zeta + \sum y_\zeta \cos\zeta = a\sum\sin\zeta + b\sum\cos\zeta +$$
$$+ r\cos M\left(\sum\sin^2\zeta + \sum\cos^2\zeta\right) +$$
$$+ r\sin M\left(\sum\cos\zeta\sin\zeta - \sum\sin\zeta\cos\zeta\right) + \sum\Delta k_\zeta\sin\zeta + \sum\Delta i_\zeta\cos\zeta;$$

и положим, что

$$\sum\Delta k_\zeta = 0; \quad \sum\Delta i_\zeta = 0; \tag{4}$$
$$\sum\Delta k_\zeta\cos\zeta - \sum\Delta i_\zeta\sin\zeta = 0; \quad \sum\Delta k_\zeta\sin\zeta + \sum\Delta i_\zeta\cos\zeta = 0.$$

Тогда из четырех уравнений (3) определим a, b, $r\sin M$ и $r\cos M$, а после этого из исходных уравнений (1) определим нужные нам Δk_ζ и Δi_ζ. Уравнения (4) суть именно те четыре добавочных соотношения, которые обращают систему уравнений (1) из неопределенной в определенную.

Перейдем ко второму случаю, когда n кратно четырем. Если $n > 4$, что естественно, то число уравнений $2n$ больше числа неизвестных $4+n$, и можно применить способ наименьших квадратов. Мы получаем тогда $4+n$ нормальных уравнений: во-первых, те же четыре уравнения, как (3), но в них нужно вместо каждого Δk_ζ и Δi_ζ вставить их выражения (2) через величины Δr, и, во-вторых, еще n уравнений. Решая эту систему $n+4$ уравнений, можно найти значения неизвестных a, b, $r\sin M$, $r\cos M$ и n неизвестных Δr.

Однако так решать эту нормальную систему, т. е. по правилам способа наименьших квадратов, никто не рекомендует, и действительно это сложно и не необходимо. Решение значительно упростится, если и в этом случае положить

$$\sum\Delta k_\zeta = 0; \quad \sum\Delta i_\zeta = 0;$$
$$\sum\Delta k_\zeta\cos\zeta - \sum\Delta i_\zeta\sin\zeta = 0; \quad \sum\Delta k_\zeta\sin\zeta + \sum\Delta i_\zeta\cos\zeta = 0;$$

как если бы Δk и Δi были случайными ошибками цапф. Тогда из уравнений (3) найдем четыре неизвестных a, b, $r\sin M$ и $r\cos M$ и далее из системы условных уравнений (1) найдем $2n$ числовых значений Δk_ζ и Δi_ζ. Однако в этом случае полученные $2n$ числа не будут независимы друг от друга, как в первом случае. Действительно, из каждой пары их Δk_ζ и Δi_ζ (с одним и тем же ζ) мы найдем пару Δr:

$$\Delta r_{135-\zeta} \text{ и } \Delta r_{225-\zeta};$$

но значения этих же Δr мы найдем и из двух других пар Δk_ζ и Δi_ζ, а именно $\Delta r_{135-\zeta}$ из $\Delta k_{\zeta+90°}$, $\Delta i_{\zeta+90°}$, а $\Delta r_{225-\zeta}$ из $\Delta k_{\zeta-90°}$ и $\Delta i_{\zeta-90°}$. При абсолютной точности наших измерений эти два значения каждого Δr были бы одинаковы; на деле они будут различны, и нам не остается ничего иного, как взять среднее из двух. Степень согласия в этих n парах значений Δr будет служить указанием не только на степень точности наших измерений, но также и на степень неизменности всех частей нашей аппаратуры во время производства измерений.

Итак, в обоих случаях, т. е. при n кратном или не кратном 4, мы для решения уравнений выбираем произвольно четыре соотношения (4) между нашими неизвестными. Можно было бы с тем же правом принять для a, b, $r\sin M$ и $r\cos M$ любые другие значения, например, каждую из этих величин положить равной нулю. Мы и тогда получили бы систему значений Δk и Δi в первом случае и две системы значений Δr во втором случае (две — потому, что у нас избыток числа уравнений над числом неизвестных). Алгебраически все верно, но что же значит такая неопределенность задачи?

§ 4. Неспределенность задачи

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вернуться к началу. Мы ищем то влияние, которое оказывают отклонения фигур рабочих сечений цапф от круговой формы на момент кульминации светил. Для этой цели нам нужно определить отклонения фигуры, которую описывает изображение нашей метки на фотопластинке, от круга. Спрашивается, от какого же именно круга? Ответ на этот вопрос разъясняет суть нашей задачи. Ответ таков: от круга, в значительной мере (но не вполне) произвольного.

Положим, что мы имеем круглую цапфу радиуса R с центром O и что вместо нее мы вставили в наш инструмент другую, тоже круглую цапфу радиуса r, причем центр цапфы O' относительно центра O мы расположили на расстоянии $OO'=p$. Пусть при $\zeta=0$ отрезок OO' образует с вертикалью угол P, так что координаты O' относительно O при прежнем направлении осей суть $p\sin P$ и $p\cos P$; тогда при любом ζ эти координаты будут $p\sin(P+\zeta)$ и $p\cos(P+\zeta)$. Если новую воображаемую цапфу уложить на лагерь вместо действительной, то не трудно сообразить, что центр O' станет ниже, чем O, на $p\cos(P+\zeta)+\sqrt{2}\,(R-r)$ и левее, чем O, на $p\sin(P+\zeta)$.

Обратно, если мы от этой, так сказать, «подставной» цапфы переходим к действительной, то i_1, и k_1, соответствующие подставной цапфе, должны быть переменены на

$$i_1+p\cos(P+\zeta)+\sqrt{2}\,(R-r) \text{ и } k_1+p\sin(P+\zeta).$$

Если, кроме западной цапфы, также и вместо восточной взята другая, тоже круглая цапфа, то формулы перехода от подставной к действительной будут аналогичными. Таковы же будут и формулы перехода от «подставной» оси к действительной. Наконец, переход от наклонения i_1 и азимута k_1 подставной оси к действительной с учетом неправильности Δi_ζ и Δk_ζ, происходящих от некруговой формы цапф, будет выражаться тем, что в формулу Майера вместо i_1 и k_1 нужно подставить

$$i_1+[p\cos(P+\zeta)+\sqrt{2}\,(R-r)+\Delta i_\zeta]$$

и

$$k_1+[p\sin(P+\zeta)+\Delta k_\zeta].$$

Величины в квадратных скобках можно рассматривать как влияние неправильностей подставной оси на наклонение и азимут.

Произвол в выборе «подставной» оси ограничен только тем, что плечи лагерей не прямые линии, а с ложбинками, в которых лежит цапфа, поэтому «подставная» цапфа должна очень мало отличаться от реальных некруглых цапф. Неопределенность задачи и заключается в том, что таких «подставных цапф, мало отличающихся от реальных, а также и «подставных» осей можно выбрать сколько угодно.

Выбор оси определяется величинами a и b; кроме них, нужно знать $r\sin M$ и $r\cos M$, чтобы потом вычислить Δi_ζ и Δk_ζ. Эти четыре величины на основании предыдущего нужно выбрать с таким расчетом, чтобы числовые значения Δi и Δk_ζ были невелики. Можно вообразить, например, такой способ решения задачи: на миллиметровке нанесем изображения метки по измеренным координатам x_ζ и y_ζ и проведем окружность с обозначенными на ней точками $0, 1, 2, \ldots, (n-1)$, разделяющими окружность на n равных частей по $\alpha°$ в каждой, заботясь о том, чтобы эти точки располагались близко к нанесенным точкам (x_ζ, y_ζ). Тогда проекции отрезков, соединяющих измеренные точки с соответствующими точками окружности на направление радиусов и перпендикулярно к ним, и будут наши искомые Δi_ζ и Δk_ζ. Неопределенное слово «близко» и выражает неопределенность задачи. Выполнение четырех условий (4) дает одну из таких окружностей, которая, однако, не имеет особых преимуществ перед другими, близкими к ней. Напротив, исходя из соображения, что «знаки + и — придуманы для того, чтобы в них ошибаться», можно пожелать, чтобы все Δi_ζ и Δk_ζ, имели один знак, например, +. Это возможно. Если на нашем чертеже мы выберем такую окружность, что все измеренные точки будут вне ее, то все Δi_ζ будут положительны; есть наибольшая между такими окружностями, но ее аналитически найти очень трудно; графически мы можем достаточно близко подойти к ней. Если затем эту окружность повернуть около ее центра так, чтобы каждая нанесенная точка оказалась направо от соответствующего ей радиуса, то и все Δk_ζ окажутся положительными.

§ 5. Применение теории на практике

Во всех отношениях выгодно выбрать n кратными 4, и притом так, чтобы угол α содержал целое число градусов, т. е. $n = 12, 20, 24, 36, 40, 60, \ldots$ вероятно, 24 или 36, не более. В случае больших пассажных инструментов и меридианных кругов можно вращать инструмент на 360° и измерять координаты изображения метки при всех n положениях инструмента. В случае пассажного инструмента с ломаной трубой обыкновенно рекомендуется отвинтить трубу и заменить ее противовесом. Если при этом вместе с трубой удаляется и прикрепленная к ней призма, то ось оказывается полой, инструмент можно вращать на 360° и можно применить способ Эри (см. § 1). В противном случае, избегая полного разорения инструмента, можно применить 1-й или 3-й способ.

Однако при этом удаление трубы не обязательно; можно и с ней получить все, что нужно. Действительно, существующие конструкции инструментов с ломаной трубой (Бамберга, Гейде и, судя по рисункам, Гертнера и др.) таковы, что невозможно направление трубы в надир и на угол меньше чем 30° от надира. Следовательно, если, например, $n = 24$, то невозможны установки на $\zeta = 165, 180, 195°$ и только. Поэтому из 24 искомых значений Δr на южном плече западной цапфы перебывают Δr_ζ со всеми знаками, кроме $\zeta = 300, 315, 330°$, а на северном все, кроме $\zeta = 30, 45, 60°$. Поэтому, хотя мы получим не все 48 чисел Δi_ζ и Δk_ζ, а только 42, но из них сможем получить все 24 значения Δr с той лишь разницей, что для шести из них (для $\zeta = 30, 45, 60, 300, 315, 330°$) мы получим только по одному значению, а для остальных 18 — по два (для меридианных кругов для каждого Δr получаем по два числовых значения, см. выше § 3). Для нашей ближайшей цели это не имеет значения, но ослабляет точность тех Δr, которые нужны при определении наклонения оси i путем перекладки уровня. Конечно, решение четырех уравнений (3) будет сложнее, чем при обходе всего круга, потому что если обходится весь круг, то некоторые коэффициенты в уравнениях (3) обращаются в нули, а другие — в целые числа; в случае же неполного обхода круга этого не получается.

Этими способами (и им подобными) определяется влияние неправильностей цапф на i и k, но ими не определяется влияние на i неравенства радиусов у «подставных» круглых цапф, и оно должно быть определено особо или исключено при самом определении наклонения.

§ 6. Формула Майера с поправками и определение наклонения

Сохраняя обычный смысл величин i, k, и c, мы имеем следующие формулы: при Круг — Восток (наше исходное положение инструмента) момент прохождения T через меридиан таков, что если $\bar{T}$ обозначает момент прохождения через среднюю нить, то

$$T_e = \bar{T}_e - c \sec D + (i_e + \Delta i_\zeta) \cos \zeta \sec D + (k + \Delta k_\zeta) \sin \zeta \sec D,$$

а при Круг — Запад (5)

$$T_w = \bar{T}_w + c \sec D + (i_w - \Delta i_{360° - \zeta}) \cos \zeta \sec D + (k + \Delta k_{360° - \zeta}) \sin \zeta \sec D.$$

Здесь i_e, и i_w, обозначают те наклонения оси, какие были бы, если бы поправки Δi были нулями. От способа определения i зависит окончательный рабочий вид формул. Нужно различать три способа.

1. Если отсчитать положение концов пузырька уровня при одном положении инструмента (a, b, нуль уровня на Востоке), затем переложить весь инструмент на цапфах и, не поворачивая его вокруг оси, вновь отсчитать уровень (a', b' нуль уровня на Западе), то получаем наклонение оси $i=\left(\frac{a+b}{2}-\frac{a'+b'}{2}\right)$ в полуделениях уровня, свободное от всех ошибок (и неправильности, и неравенства цапф), т. е. такое, какое было бы, если бы обе цапфы были идеальные, т. е. круглые и одинакового радиуса, и притом радиуса произвольного, если бы плечи лагерей были прямые линии, а на деле, так как они имеют впадины, то такого радиуса, при котором круглая цапфа как можно меньше отличается от действительных неправильных цапф; по этому соображению способ определения Δi и Δk посредством уравнений (3), а не каких-либо других, и соображений § 4 становится необходимым. При этом предполагается только, что форма обоих лагерей в точности одинакова и что сама наклонность оси i не изменилась во время перекладки. Такое получение безошибочного i настолько просто, что следовало бы его принять, как правило, при определении поправки часов. Для этого нужно наблюдать звезду достаточно далеко от середины поля зрения, отсчитать уровень, скажем, при Круг—Запад; переложив инструмент в положение Круг—Восток, вновь отсчитать уровень и лишь после этого отсчета направить трубу на звезду; после наблюдения звезды при Круг —Восток следует опять отсчитать уровень и, переложив инструмент в положение Круг—Запад и не вращая его вокруг оси, отсчитать уровень в последний раз. Так будут получены два принципиально безупречных определения наклонения. Конечно, коллимация при этом будет большая, однако, как видно из статьи М. С. Зверева в этом же томе, членом $c\ kc^2$ можно пренебречь, если даже $k=3^s$, $c=135^s$. А нужно учесть, что при автоматическом освобождении результатов наблюдения от коллимации, при малом среднем значении коэффициента K (звезды близзенитные) наклонение остается главной ошибкой инструмента, целиком входит в результат и из-за капризов уровня определяется не вполне уверенно. Конечно, при этом способе в формулах (5) $i=\frac{1}{2}(i_e+i_w)$.

Окончательно

$$T=\frac{1}{2}(T_e+T_w)=\frac{1}{2}(\overline{T}_e+\overline{T}_w)+\left[i+\frac{1}{2}(\Delta i_\zeta-\Delta i_{360^\circ-\zeta})\right]\cos\zeta\sec D+$$
$$+\left[k+\frac{1}{2}(\Delta k_\zeta+\Delta k_{360^\circ-\zeta})\right]\sin\zeta\sec D,$$

или же

$$T=\frac{1}{2}(\overline{T}_e+\overline{T}_w)+i\cos\zeta\sec D+k\sin\zeta\sec D+$$
$$+\left[\frac{1}{2}(\Delta i_\zeta-\Delta i_{360^\circ-\zeta})\cos\zeta+\frac{1}{2}(\Delta k_\zeta+\Delta k_{360^\circ-\zeta})\sin\zeta\right]\sec D.$$

Величину в квадратных скобках нужно вычислить для ряда ζ в секундах времени и заключить в таблицу; ее можно рассматривать как Δc; таков ее геометрический смысл. Азимут k определяется одним из принятых способов.

2. Если, как в меридианном круге, наклонение определяется перекладкой уровня на оси, то при зенитном расстоянии $\zeta=z$ западный конец уровня поднят над «подставной» осью на столько же, на сколько поднят западный конец оси при зенитном расстоянии $180^\circ+z$, т. е. на $\Delta i_{180^\circ+z}$; поэтому из отсчетов уровня получаем наклонение

$$i_z=\beta\left[\frac{1}{2}(a+b)-\frac{1}{2}(a'+b')\right]_z-\Delta i_{180^\circ+z},$$

где β — цена полуделения уровня в секундах (дуги или времени) и Δi_{180-z} выражено в этой же мере. Однако это наклонение не есть то, какое было бы при идеальных цапфах.

i_z = идеальное наклонение $i + \Delta i_z$ + влияние неравенства толщин цапф.

Поэтому нужно еще обычным способом, но с учетом Δi, определить влияние неравенства толщины цапф; обозначим его при Круг—Восток знаком $\Delta i'$; тогда

$$i = \beta\left[\frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a'+b')\right] + \Delta i' - (\Delta i_z + \Delta i_{180-z}), \text{ (Круг — Восток)}$$

или $$i = \beta\left[\frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a'+b')\right]_z - \Delta i' - (\Delta i_{360-z} + \Delta i_{180-z}) \text{ (Круг—Запад)}.$$

Допуская, что наклонение оси инструмента i некоторое время сохраняется, можем это i применять при разных ζ и иметь

$$T_e = \overline{T}_e - c\sec D + (i + \Delta i_\zeta)\cos\zeta\sec D + (k + \Delta k_\zeta)\sin\zeta\sec D \quad \text{(Круг—Восток)}$$

и

$$T_w = T_w + c\sec D + (i + \Delta i_{360-\zeta})\cos\zeta\sec D + (k + \Delta k_{360-\zeta})\sin\zeta\sec D.$$

(Круг—Запад).

Конечно, в случае меридианного круга лучше определять наклонение при помощи ртутного горизонта, после того как коллимация определена при помощи коллиматоров, чтобы не иметь дела с таким капризным инструментом, как уровень.

3. Уровень отсчитывается до и после перекладки в обоих случаях в таком положении, что труба направлена на звезду с зенитным расстоянием ζ, не снимая уровня с оси. В среднем влияние неравенства цапф исключается. Если при Круг—Восток нуль уровня на Востоке и отсчеты концов пузырька суть a и b, а при Круг—Запад a' и b', то наклонение i получается по формуле

$$i = \left[\frac{1}{2}(a+b)\beta - \Delta i_\zeta - \Delta i_{\zeta-180}\right] - \left[\frac{1}{2}(a'+b')\beta - \Delta i_{360-\zeta} - \Delta i_{180-\zeta}\right],$$

и формула Майера имеет вид

$$T = \frac{1}{2}(T_e + T_w) = \frac{1}{2}(\overline{T}_e + T_w) + \left[i + \frac{1}{2}(\Delta i_\zeta + \Delta i_{60-\zeta})\right]\cos\zeta\sec D +$$
$$+ \left[k + \frac{1}{2}(\Delta k_\zeta + \Delta k_{360°-\zeta})\right]\sin\zeta\sec D.$$

§ 7. Технические замечания

Не всегда возможно поместить метку или объектив или зеркало точно в плоскости рабочего сечения цапфы; допустимо поместить ее и вне этого сечения, если быть уверенным, что гнутие оси, если оно заметно, всегда одинаково. Так как вес инструмента всегда почти целиком принимается на ролики, то гнутия оси вряд ли можно опасаться.

Метка, конечно, желательна совершенно круглая. Уместно указать, что такую непрозрачную метку можно, по указанию Давида Гилла [5], получить, пронося пластинку стекла над парами кипящей ртути; они осаждаются на пластинке в виде маленьких шариков. Б. П. Модестов для исследования цапф Московского меридианного круга с успехом применил этот прием.

Фокусное расстояние вспомогательной трубы желательно не меньше, чем фокусное расстояние трубы инструмента; тогда при таком же окуляре, как применяемый при наблюдениях, наблюдатель измеряет координаты метки с точностью, соответствующей точности наблюдений, и даже точнее, так как измеряемый предмет (изображение метки) не движется в поле зрения.

Способ А. А. Ильинича следовало бы предпочесть всем другим способам, если бы практика опровергла одно сомнение. Дело в том, что если плоское, естественно круглое зеркало на конце цапфы удерживается на месте в трех точках коррекционными винтами, расположенными в вершинах равностороннего треугольника со сторонами, скажем, в 4 см, то изменение положения одной из точек на один микрон вдоль оси инструмента вызывает изменение направления нормали к зеркалу на $\frac{206265''}{35.000} = 6''$, а изменение направления отраженного луча в два раза больше, на 12″. Между тем, если обратить ось инструмента в трубу с фокусным расстоянием, равным расстоянию между рабочими сечениями цапф, допустим, 800—1000 мм, то перемещение объектива или метки на один микрон поперек оси вызывает изменение направления пучка лучей из объектива на $\frac{206\,265''}{800\,000} - \frac{206\,265}{1\,000\,000}$, или $0''.25 - 0''.20$, т. е. в 50—60 раз меньше, чем в способе А. А. Ильинича. Значит, последний способ требует гораздо большей неизменности этой части аппаратуры, чем способ Эри. Я полагаю, что при укреплении зеркала на конце оси в способе А. А. Ильинича недопустимы никакие коррекционные винты, и вся надежда на то, что можно приклеить зеркало к концу оси неизменно. Конечно, при этом трудно уверенно обеспечить очень близкое совпадение нормали зеркала с осью инструмента и потому, как и вообще, следует предпочесть фотографический метод визуальному.

При фотографическом методе исследования круглую черную метку нужно окружить маленькой диафрагмой в $1 - \frac{1}{2}$ мм диаметром и угол между осью инструмента и пучком выходящих лучей сделать не очень малым с таким расчетом, чтобы соседние изображения диафрагмы не налегали одно на другое. При фотографическом методе все исследование можно провести значительно быстрее, чем при визуальном, и этим условие неизменности всех частей аппаратуры может быть выполнено вернее и точнее. Конечно, нужно озаботиться, чтобы оптическая ось фотообъектива была перпендикулярна к пластинке в центре круга изображений метки. Так как светосила фотообъектива очень мала, вроде 1 : 100 или 1 : 30, то можно применять визуальный объектив.

Если применять способ Эри, то удобно иметь в обоих рабочих сечениях цапф объективы с фокусными расстояниями, равными расстоянию между этими сечениями, и в каждом из них черную метку на расстоянии 2—4 мм от центра объектива точно в главном фокусе другого объектива. Тогда при обоих положениях инструмента, Круг—Восток и Круг—Запад, можно пользоваться одной и той же вспомогательной трубой, помещенной, например, на Запад от инструмента, и не переносить ее с Запада на Восток. Если расстояние метки от центра 4 мм, то диафрагма, которой нужно покрывать объектив так, чтобы метка была в центре диафрагмы, может иметь поперечник до 1 мм; тогда 24 и даже 36 изображений ее поместятся на кривой так, что изображения метки не будут покрываться соседними изображениями диафрагмы. Если расстояние это меньше 4 мм, то диафрагму надо делать менее 1 мм в диаметре. С таким постоянным западным коллиматором можно применять способ наблюдения, предложенный Эсклангоном.

Литература Literature

1. Memoirs of the R. A. S. **19**, 1851.
2. Annales de l'Obs. de Paris, Memoires, VII, 1863.
3. Greenwich Observations, Introduction, 1852.
4. Геодезист, № 8, 1940.
5. Monthly Notices, LIX, 1899.

S. N. BLAŽKO

THE EFFECT OF THE IRREGULARITIES OF THE PIVOTS ON THE TIME OF TRANSIT OF STARS

Summary

A detailed geometrical account is given of the methods used in the examination of the irregularities of the pivots of the transit instrument proposed by 1) Challis and Villarceau, 2) Airy, 3) Ilinich.

In § 2 the methods of deducting the fundamental equations are given. § 3 deals with the solution of these equations. The advantage of investigating the irregularities of the pivots when the number of zenith distances is equal to 4 m (m being an integer) is shown. In § 4 the indefiniteness of the problem is considered. § 5 shows the practical applications of the theory. In § 6 Mayer's formula complemented by the effect of the irregularities is given, and various methods of determining the inclination of the axis of the instrument are discussed. § 7 contains technical details.